

MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES FUNCION

1 DEFINICIÓN.

“Parejas o disparejas”

-Se desea asignar a cada hombre solo una mujer-

1° Cada equipo se divide en dos conjuntos, por un lado hombres y por otro mujeres.

2° De uno por uno, los hombres escogen a una de las mujeres por simpatía, en caso de estar ya seleccionada se acomoda a la misma altura de ella, en fila india, a la izquierda el conjunto de los hombres y a la derecha el conjunto de las mujeres.

Los diagramas que representan las agrupaciones posibles son:

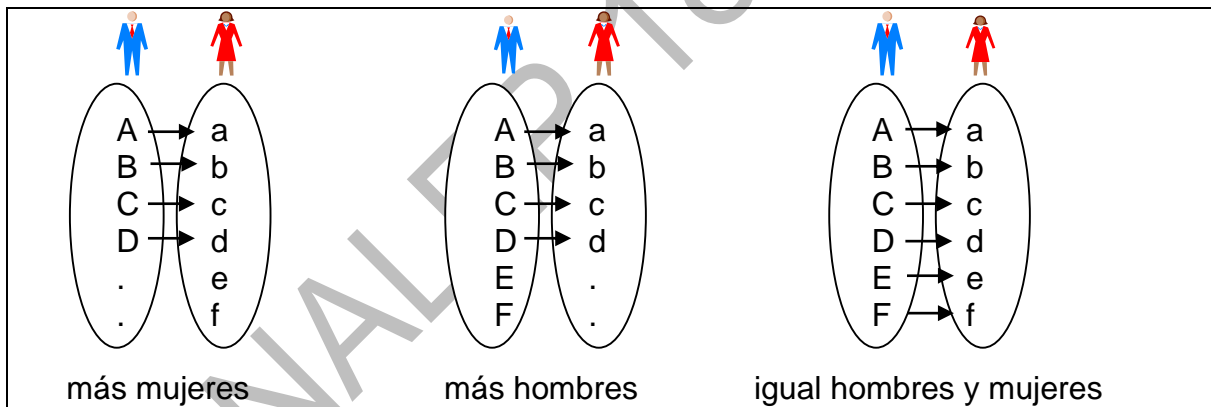




Figura 1.

En la figura N° 1, el elemento  selecciona al elemento , esto nos introduce al concepto de variable.

¿Qué entiendes tú por el término variable? _____

¡Muy bien!

La variable se define como una cantidad a la que se le puede asignar durante un proceso de análisis un número ilimitado de valores. Se pueden clasificar en:

1. Variable independiente: es aquella a la que se le dan valores a voluntad .
2. Variable dependiente: es la que resulta después de haber dado valor a la variable independiente.

Las variables se representan con las últimas letras del alfabeto.

En una función también encuentras otro tipo de elemento denominado constante.

¿Qué entiendes o que representa al término constante para ti? _____

La constante es una cantidad que durante el curso de un proceso mantiene un valor fijo, también puede clasificarse en:

Constante numérica. Son las cantidades que conservan los mismos valores en todas las situaciones en donde se empleen, por ejemplo: $\pi = 3.1415$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, etc.

La constante arbitraria o paramétrica: Son todas aquellas que solo durante un proceso conservan los valores asignados y en uno diferente cambian, en ocasiones se representa por las primeras letras del alfabeto, por ejemplo: $2x+3$, ax^2+bx+c .

MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

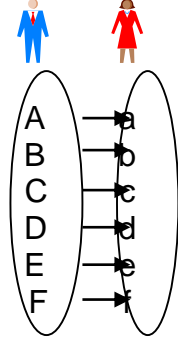


Figura 2.

Si es función

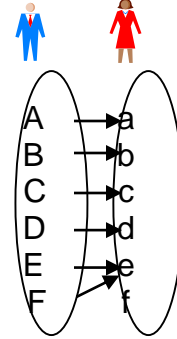


Figura 3.

Si es función

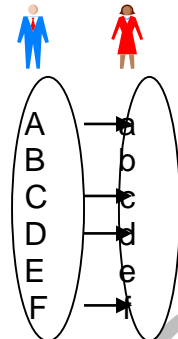


Figura 4.

No es función

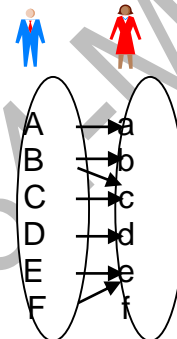


Figura 5.

No es función

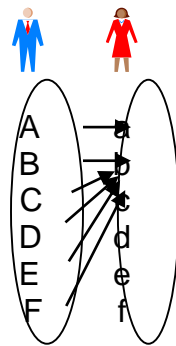






Figura 6.







Si es función

¿Cuál es el caso de tu equipo y del resto del grupo ?

¿Podrías explicar el porqué de las afirmaciones en las figuras anteriores?

Como te habrás dado cuenta, la actividad anterior se refiere a los conceptos de función y relación, en donde:

Relación.- Si tenemos dos conjuntos  y  , a todos o algunos elementos del conjunto  se les puede asignar UNO O MÁS elementos del conjunto  . Figuras 4 y 5.

Función.- Si tenemos dos conjuntos  y  , y una regla de correspondencia que asocie a todo elemento del conjunto  , uno y solo un elemento del conjunto  , entonces decimos que tenemos una función f definida en  con valores en  . Figura 7.

Una función consta de tres partes:

- Dominio (variable independiente = X), **representado por “D”**. Figura 7.
- Contradominio o rango (variable dependiente = Y), **representado por “R”**. Figura 7.

Estos, pueden ser expresados como un intervalo (concepto que se revisará mas adelante).

MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

- Regla de Correspondencia (Esta puede ser representada por un diagrama, una ecuación, una tabla de valores y una gráfica)

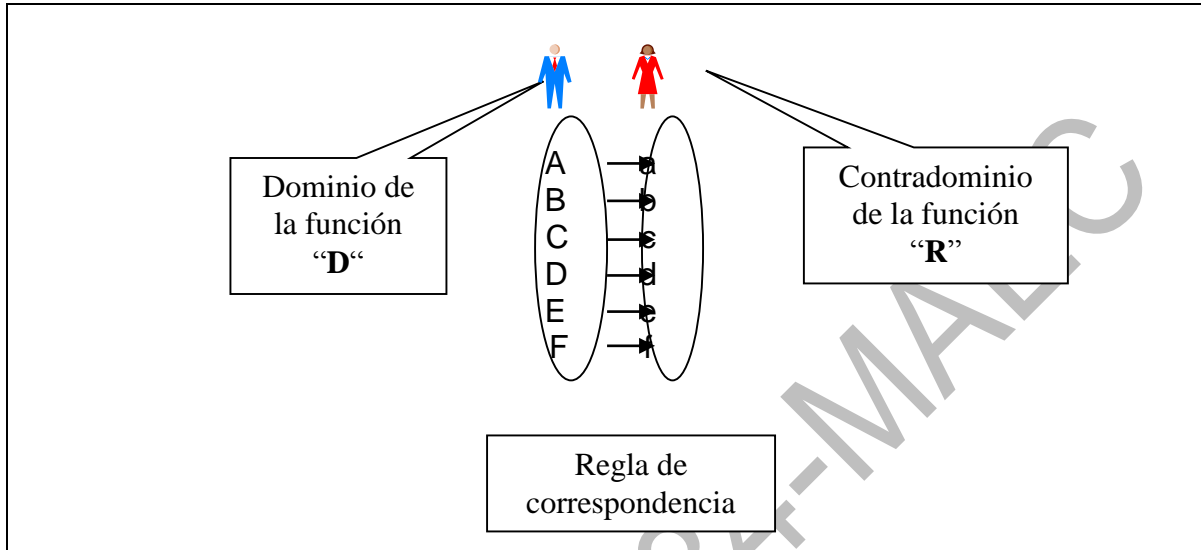




Figura 7.

La regla de correspondencia debe tener las siguientes propiedades:

- 1° Ningún elemento del dominio puede quedar sin asociado en el contradominio.
- 2° Ningún elemento del dominio puede tener mas de un asociado en el contradominio. Esto no excluye que varios elementos del dominio tengan al mismo asociado en el contradominio. Figuras 3, 4 y 5.

Si X es un elemento del dominio del conjunto , entonces el elemento del contradominio o rango del conjunto de  asociado a X por medio de la regla de



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

correspondencia, se expresa en la forma siguiente: $f(\text{👩})$; que se lee “ f de 👩 ” en función de ser elegida por un hombre y se le llama la *imagen* de 👨 bajo f .

Como $y = f(x)$ al citar una función podemos usar indistintamente cualquiera de las notaciones.

Ejemplos:

$$y = 3x^2 + 4, \quad f(x) = 3x^2 + 4$$

$$y = \sqrt{25 - x^2}, \quad f(x) = \sqrt{25 - x^2}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1, \quad f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$A = \pi r^2, \quad f(r) = \pi r^2$$

Si una regla de correspondencia esta dada como una ecuación y no se define el dominio, entonces suponemos que el dominio esta integrado por todos los números reales para los cuales la ecuación tiene sentido.

Determinar el dominio y rango de una función.

Ejemplo 1.

Encontrar el dominio y rango de la función $y = 3x - 5$

¿Cómo responderías a la pregunta?

¿Qué valores puede aceptar la variable independiente y que su resultado esté en el conjunto de los números reales? Para dar respuesta se asignan valores a la variable **X** (dominio) desde $-\infty$ hasta $+\infty$ en la función y el resultado obtenido corresponde a **y** (rango).

Cuando $x = -50000, -1000, 0, 5, 23, 20000$, etc.

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3(-50000) - 5$$

$$y = 3(-1000) - 5$$



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

$$y = -150000 - 5$$

$$y = -3000 - 5$$

$$y = -150005$$

$$y = -3005$$

tabulando

X	-50000	-1000	0	5	23	20000
y	-150005	-3005	-5	10	64	59995

Por lo tanto la variable independiente acepta cualquier valor desde $-\infty$ hasta $+\infty$ y lo mismo sucede para la variable dependiente, el resultado es:

$$D = (-\infty, +\infty)$$

$$R = (-\infty, +\infty)$$

Las funciones al igual que cualquier conjunto de objetos, también es sujeto de clasificación, en general las funciones se clasifican en:

- A. Explícitas e implícitas.
- B. De una variable y de mas de una variable.
- C. Algebraicas.
- D. Trascendentes.

Si en una función están indicadas las operaciones a realizar con la variable independiente para obtener la dependiente, se dice que es una **función explícita**. En caso contrario es una **función implícita** .la cual esta igualada a cero.

Ejemplo:

$$y = 2x + 3$$

Función explícita

$$2x - y + 3 = 0$$

Función implícita

MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

Si el valor de la función se obtiene por medio de un número determinado de operaciones, entre las cuales no intervienen las relaciones trigonométricas, expresiones logarítmicas o exponenciales, es una **función algebraica**; estas funciones según las operaciones a las que son sometidas las variables, pueden ser:

Enteras. $y = 2x^3 + 3x - 5$

Racionales. $y = \frac{x-3}{x^2-1}$

Irracionales. $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 5}$

Una función es **trascendente** cuando en ella intervienen las relaciones **trigonométricas (directas e inversas)**, expresiones **logarítmicas y exponenciales**.

Trigonométricas. directas $y = \cos x$

Trigonométricas Inversas $y = \cos^{-1} x$

Logarítmicas. $y = \log x$

Exponenciales. $y = 2^x$

ANÁLISIS GRÁFICO DE LAS FUNCIONES.

“Lo que se ve... no se discute”

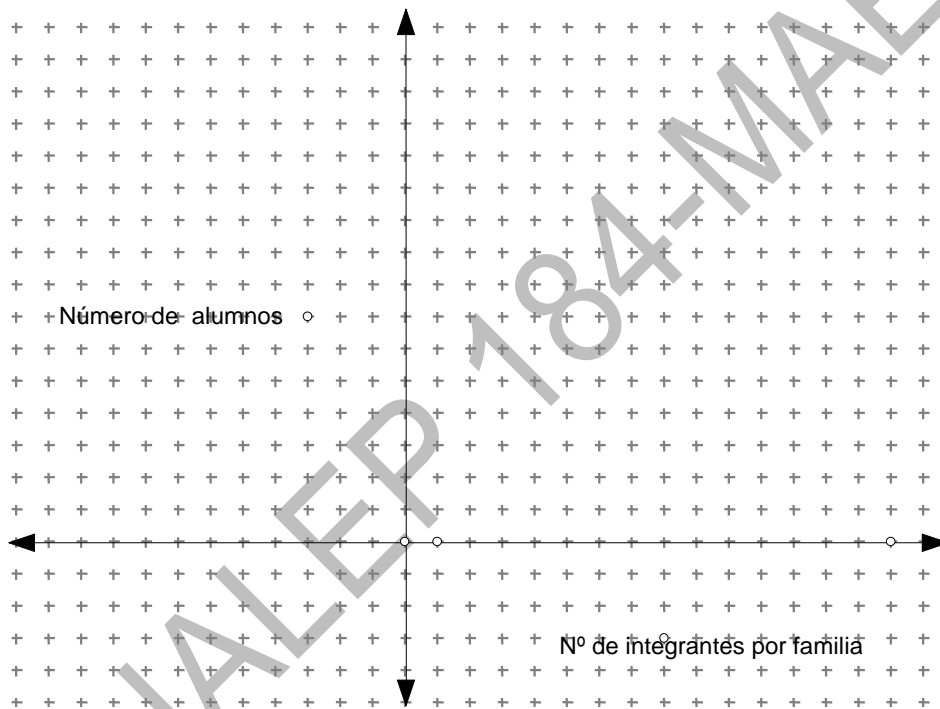
Pregunta a tus compañeros sobre el número de integrantes de su familia; con los datos recabados llena el cuadro de abajo, pide esta información al resto de los equipos, anota además el número de compañeros que tengan los mismos integrantes y colócalos en orden ascendente.



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

Nº de alumnos																	
Nº de Integ. por fam.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

Lleva los datos que te resultaron de la tabulación al plano cartesiano y traza la curva correspondiente.



¿Qué datos te llaman la atención? _____

¿Porqué te llaman la atención, estos datos en particular? _____



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

¿Qué relaciones puedes establecer entre estos datos? _____

¿Cuál es el intervalo para la fila de **integrantes por familia**?

¿Cuál es el intervalo para la columna de **número de alumnos**? _____

¿Qué puedes concluir sobre la tabla de valores y su respectivo gráfico? _____

Como te habrás dado cuenta existen conjuntos de valores para los cuales no es fácil establecer una regla de correspondencia como ecuación, por lo cual deberás recordar para cuando se te presenten este tipo de situaciones mas adelante.

Para estudiar una función $y = f(x)$, es necesario conocer los valores que podemos asignar a la variable independiente y que deben pertenecer al conjunto de los números reales.

Si $f(x)$ es una función de x y a es un valor que está en su dominio, la expresión $f(a)$ significa el valor numérico que se obtiene al sustituir x por a en $f(x)$; o sea, el valor que toma $f(x)$ cuando $x = a$.



MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES

Ejemplo:

Si $f(x) = 3x + 2$, el valor de $f(x)$, cuando $x = 2$, es $f(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$

Por lo que podemos afirmar que:

Si $f(x) = 3x + 2$ cuando $x = 2$, la función $f(x) = 8$,

Expresándolo en notación de función tenemos que: $f(2) = 8$

Encuentra el valor de las funciones dadas para los respectivos valores de la variable independiente.

a. Si $f(x) = x^2$; encontrar $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$

b. Si, $f(x) = \frac{1}{2x}$; encontrar $f(-8) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $f(8) = \underline{\hspace{2cm}}$

c. Si $y = \frac{1}{x-4}$; encontrar $f(-4) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(4) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $f(8) = \underline{\hspace{2cm}}$

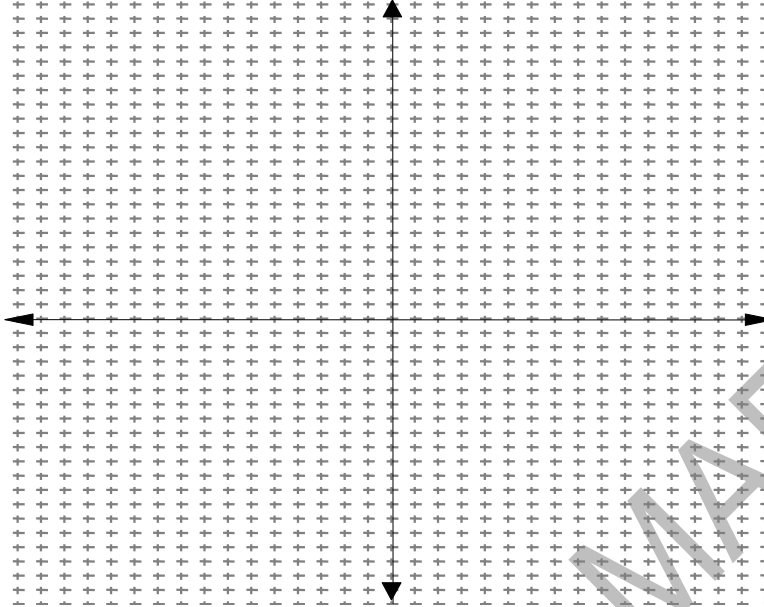
d. Si $y = 2x^2 + 4x$; encontrar $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

e. Si $f(a) = a^3 + 3a + 6$; encontrar $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$, $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$

Grafica las funciones de los incisos b) y c).

$$y = \frac{1}{2x}$$

MANEJO DE ESPACIOS Y CANTIDADES



$$y = \frac{1}{x-4}$$

